Die Sinus-Kurve

- Konstante Sinus-Schwingung mit einer Frequenz f:

$$y(t) = y_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi_0) \tag{1}$$

mit:

$y(t)$: Ausschlag zum Zeitpunkt t
y_0 : Amplitude
f : Frequenz
t : Zeit
ϕ_0 : Phase zum Zeitpunkt $t = 0$

Die Sinus-Kurve

- Konstante Sinus-Schwingung mit einer Frequenz f:

$$y(t) = y_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi_0) \tag{1}$$

  mit:

  $y(t)$: Ausschlag zum Zeitpunkt t
  y_0 : Amplitude
  f : Frequenz
  t : Zeit
  ϕ_0 : Phase zum Zeitpunkt $t = 0$

- Welche Bedeutung hat eigentlich „$f \cdot t$"?

Die Bedeutung von $f \cdot t$

- Um den aktuellen Ausschlag einer Sinus-Schwingung zu bekommen muss man wissen in welchem Teil einer Periode man sich gerade befindet.
- $f \cdot t$ gibt lediglich an wie viele Perioden schon bisher seit dem Zeitpunkt $t = 0$ verstrichen sind (Die „*Phase*“).
- Ist $f \cdot t$ eine Ganzzahl so steht der aktuelle Ausschlag der Sinus-Schwingung (normiert durch 2π) am Anfang einer neuen Periode, ist $f \cdot t = x.5$ steht es genau in der Mitte der Periode, usw…

Folgerungen

- Beispiel: konstante Sinus-Schwingung mit f = 3 Hz
- Die Frequenz in Abhängigkeit von der Zeit lautet demnach:

$$f(t) = 3 \tag{2}$$

- Um daraus zu ermitteln wieviele Perioden n zum Zeitpunkt t schon verstrichen sind muss das Integral über t gebildet werden:

$$n(t) = \int_0^t f(t) dt \tag{3}$$

- Berechnung über Integralrechnung:

Stammfunktion: $$F(t) = 3 \cdot t \tag{4}$$

$$n(t) = \int_0^t f(t) dt = F(t) - F(0) = 3 \cdot t \tag{5}$$

Die allgemeinere Sinus-Schwingung

- Die Sinus-Schwingung kann also folgendermaßen verallgemeinert werden (y_0 und ϕ_0 weggelassen):

$$y(t) = \sin\left(2 \cdot \pi \cdot n(t)\right) \tag{6}$$

$$y(t) = \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \int_0^t f(t)dt\right) \tag{7}$$

Der Sinus-Sweep

Was ist ein Sinus-Sweep?

Eine Sinus-Schwingung bei der die Frequenz nicht mehr konstant ist sondern nun abhängig ist von der Zeit.

- Ein linearer Sweep ist demnach eine Schwingung bei der $f(t)$ eine lineare Funktion darstellt.

Bestimmung von $f(t)$

- Für die Frequenz muss eine Funktion abhängig von t eingetragen werden.
- Beispiel: Die Frequenz soll linear ab dem Zeitpunkt $t = 0$ innerhalb von 3 s von 1 Hz auf 4 Hz ansteigen.

Bestimmung von $f(t)$

- Für die Frequenz muss eine Funktion abhängig von t eingetragen werden.
- Beispiel: Die Frequenz soll linear ab dem Zeitpunkt $t = 0$ innerhalb von 3 s von 1 Hz auf 4 Hz ansteigen.
- Linearer Zusammenhang:

$$f(t) = m \cdot t + n \tag{8}$$

Bestimmung von $f(t)$

- Für die Frequenz muss eine Funktion abhängig von t eingetragen werden.
- Beispiel: Die Frequenz soll linear ab dem Zeitpunkt $t = 0$ innerhalb von 3 s von 1 Hz auf 4 Hz ansteigen.
- Linearer Zusammenhang:

$$f(t) = m \cdot t + n \tag{8}$$

- Berechnung von m und n aus gegebenen Daten:

$$m = \frac{4-1}{3-0} = 1 \tag{9}$$

$$n = 4 - m \cdot 3 = 1 \tag{10}$$

Bestimmung von $f(t)$

- Für die Frequenz muss eine Funktion abhängig von t eingetragen werden.
- Beispiel: Die Frequenz soll linear ab dem Zeitpunkt $t = 0$ innerhalb von 3 s von 1 Hz auf 4 Hz ansteigen.
- Linearer Zusammenhang:

$$f(t) = m \cdot t + n \tag{8}$$

- Berechnung von m und n aus gegebenen Daten:

$$m = \frac{4-1}{3-0} = 1 \tag{9}$$

$$n = 4 - m \cdot 3 = 1 \tag{10}$$

- Es ergibt sich folgende Beziehung zwischen f und t:

$$f(t) = 1 \cdot t + 1 \tag{11}$$

Berechnung von $n(t)$

- Bildung der Stammfunktion $F(t)$ aus $f(t)$:

$$F(t) = \frac{1}{2}t^2 + t \tag{12}$$

- Einsetzen in Gleichung (5):

$$n(t) = F(t) - F(0) = \frac{1}{2}t^2 + t \tag{13}$$

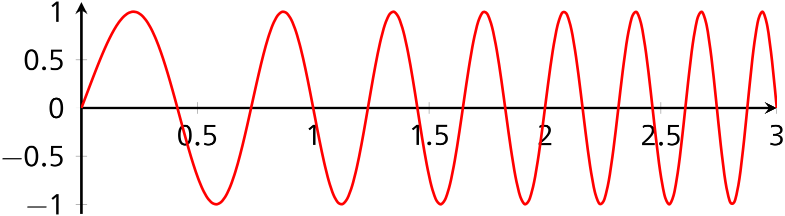
- Man hat nun mit $n(t)$ eine Funktion vorliegen welche zu jedem Zeitpunkt t angibt wieviele Perioden bereits seit $t = 0$ vergangen sind.

Bestimmung der Schwingungsgleichung

- Durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung (6) der Sinus-Schwingung erhält man nun die Gleichung des Sinus-Sweeps:

$$y(t) = \sin\left(2 \cdot \pi \cdot n(t)\right)$$

$$y(t) = \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}t^2 + t\right)\right) = \sin\left(\pi \cdot (t+2) \cdot t\right)$$



- Durch diese Vorgehensweise kann man nicht nur lineare Sweeps berechnen sondern Schwingungen mit beliebiger Funktion $f(t)$